519.834

# БЕСКОАЛИЦИОННЫЕ И КООПЕРАТИВНЫЕ ИГРЫ

Бережнова К.М.
студентка группы ПИ-16, 2 курс,
кафедра математики и информатики
ТИ(ф)СВФУ им. М.К.Аммосова
Россия г.Нерюнгри
Научный руководитель: Самохина В.М.
зав.кафедрой МиИ

*Аннотация: В статье рассмотрены коалиционные игры как раздел теории игр. Отмечено отличие коалиционных игр о некоалиционных.*

*Ключевые слова: теория игр, бескоалиционные и кооперативные игры, стратегии, взаимодействия игроков.*

# BISCALATIVE AND COOPERATIVE GAMES

Berezhnova K.M.
student of the group PI-16, 2 year,
Department of Mathematics and Informatics
TI (f) NEFU them. M.K. Ammosov
Russia Neryungri
Scientific adviser: Samokhin V.M.
Head of the Department of MII

*Abstract: Coalition games are considered as a section of game theory. The difference between coalition games and non-cooperative games was noted.*

*Keywords: game theory, non-cooperative and cooperative games, strategies, player interactions.*

Теория игр - это раздел математической экономики, изучающий решение конфликтов между игроками и оптимальность их стратегий. При этом, конфликтная ситуация может относиться к различным областям человеческого интереса: социология, экономика, политология, биология, педагогика и др. Конфликтом является любая ситуация, в которой затронуты интересы более двух участников, называемых игроками. Для каждого игрока существует определенный набор возможных стратегий, которые он может применить. Пересекаясь, стратегии игроков создают определенную ситуацию, в которой каждый игрок получает результат, называемый выигрышем, положительным или отрицательным. При выборе стратегии важно учитывать как получение максимального выигрыша для себя так и возможные шаги противника.

Классификация игр представлена на рисунке 1:


Рис.1. Классификация игр

Игра - это модель конфликтной ситуации, в которой:

1) участвует n лиц (игроков);
2) заданы правила игры (способ принятия решений каждым из игроков);
3) определены правила платежей между игроками.

Отдельные субъекты редко действуют поодиночке, чаще всего для достижения своих целей они объединяются в группы. Коллективные действия могут существенно увеличивать эффективность их участников. Такие действия можно разделить на три ступени взаимодействия:

а) обмен информацией;

б) совместный выбор действий (стратегий) участников;

в) объединение ресурсов и последующий выбор совместных действий на основе объединенных ресурсов.

Математические модели конфликтов, участники которых могут предпринимать коллективные действия, изучаются в теории коалиционных игр. Коалиционной игрой называется игра с непротивоположными интересами, в которой игроки могут обсуждать перед игрой свои стратегии, договариваться о совместных действиях, заключать коалиции для объединения ресурсов.

Коалиция представляет собой добровольное объединение участников игры, согласившихся осуществлять совместные стратегии. Объединение игроков в коалицию означает их согласие по поводу выбора общего (кооперативного) решения. Общее решение всех участников коалиции определяет стратегию коалиции.

Часто встречаются конфликтные ситуации, которые предполагают возможность объединения игроков, не зависимо от их количества, для получения общей выгоды. Примером может служить объединение производителей товаров с целью повысить цены. Стоит отметить, коалиции создаются с целью извлечения дополнительной выгоды из сотрудничества, поэтому выигрыш коалиции должен быть больше суммарного выигрыша ее отдельных участников.

Кооперативные игры помогают решить вопрос, кому и с кем выгодно объединяться и необходимо ли это.

Когда в игре существует возможность кооперации между ее участниками, возникает несколько задач, которые характерны для кооперативных игр:

1. Определение характеристической функции и проверка на супераддитивность (свойство, при котором для любых двух непересекающихся коалиций сумма их выгод по отдельности не больше их выгоды при объединении).
2. Нахождение оптимального разделения максимального суммарного выигрыша игроков.
3. Поддержание кооперации или проверка выбранного игроками кооперативного соглашения на динамическую устойчивость.

В бескоалиционных играх предполагается, что каждый участник игры выбирает стратегию, из предположения, что другие участники стараются максимизировать свои выигрыши, то есть рассматривается отдельно взятый игрок. В теории коалиционных игр основной единицей анализа является коалиция (группа участников), а целью – определить какие коалиции будут наиболее выгодны игрокам.

Таким образом, представим характеристики игры как математической модели:

1. наличие нескольких участников;
2. неопределённость поведения участников, наличие у каждого из них нескольких возможных вариантов действий;
3. различие (несовпадение) интересов участников;
4. взаимосвязанность поведения участников, так как результат, получаемый каждым из них, зависит от поведения всех участников;
5. наличие правил поведения, известных всем участникам.

Рассмотрим на примере решение таких видов задач.

Задача «Спор». Рассматривается игра, в которой парень (игрок 1) и девушка (игрок 2) могут выбрать одно из двух времяпровождений: прощение спортзала (С) или кинотеатра (К). Если их интересы не совпадают), то они остаются дома. Парень предпочитает спортзал , а девушка- кинотеатр. Но им важнее провести вечер вместе, чем участвовать в развлечении по одному. Выигрыш каждого игрока определяется полезностью проведенного вечера и оценивается по шкале от 0 до 4. Соответствующие выигрыши игроков указаны в таблице:

| Стратегии игроков | | Девушка | |
|---|---|---|---|
| | | Спортзал | Кинотеатр |
| Парень | Спортзал | 4:1 | 0:0 |
| | Кинотеатр | 0:0 | 1:4 |

У каждого из игроков по две стратегии: «Спортзал» (Ф) и «кинотеатр» (К). Цель каждого из игроков — максимизация собственного выигрыша. Интересы не противоположны. В данной игре есть две ситуации равновесия по Нэшу: (С, С) и (К, К). Выигрыши игроков в данных ситуациях различны, при этом первая ситуация выгодна игроку 1, а вторая — игроку 2. Таким образом, нужно решить вопрос: какую из ситуаций равновесия можно принять как устраивающий всех игроков принцип оптимальности.

В игре «Спор» обе ситуации равновесны, и оптимальны по Парето.

Рассмотрим следующие ситуации:

1. Игроки не общаются до начала игры, а делают выбор одновременно и независимо друг от друга (бескоалиционная игра). Рассуждения за игрока 1: Ему выгодно, чтобы реализовалась ситуация (С, С). Но игроку 2 выгодна ситуация (К, К). Поэтому если игрок 1 выберет стратегию «С», то игрок 2 может вы брать стратегию «К», и они оба проиграют: в ситуации (С, К) выигрыши составят (0, 0). Тогда игроку 1 имеет смысл выбрать

стратегию «К», поскольку в ситуации (К, К) он получает выигрыш 1. Но игрок 2 может рассуждать аналогично и выбрать стратегию «С», тогда в ситуации (К, С) они оба проиграют. Поэтому игрокам выгодно общаться перед началом игры и договариваться о совместном плане действий.

2. Игроки общаются до начала игры. Это условие кооперативной игры, когда игроки могут принимать решения совместно. Основная задача в кооперативной игре состоит в распределении общего выигрыша. Общий выигрыш равен 5, его можно разделить в равных долях и тогда каждый получит по 2,5. При этом игроки договариваются половину вечеров проводить вместе в спортзале, а вторую половину — в кинотеатре, т. е. с вероятностью 0,5 совместно выбирать каждое развлечение.

Отметим, что в случае бескоалиционной игры набор выигрышей (2,5; 2,5) недостижим.

Обозначим через x и y вероятности выбора стратегии «С» игроками 1 и 2 соответственно, причем $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, тогда вероятности выбора стратегии «К» игроками 1 и 2 соответственно равны (1- x) и (1- y). Обозначим:

$X_1$ - случайная величина, определяющая значение выигрыша игрока 1 в одной партии.

$X_2$ - случайная величина, определяющая значение выигрыша игрока 2 в одной партии.

Средние ожидаемые выигрыши игроков вычислим как математические ожидания:

$M(X_1) = x \cdot \big(4y + 0 \cdot (1-y)\big) + (1-x)\big(0 \cdot y + 1 \cdot (1-y)\big) = 5xy - x - y + 1,$ аналогично

$M(X_2) = 5xy - 4x - 4y + 4,$

Тогда равенство $X_1, = X_2$ выполняется при:

$5xy - x - y + 1 = 5xy - 4x - 4y + 4,$ т.е. $x + y = 1$

Максимум достигается при x = 0,5, y = 0,5, и равен 5/4 (рис. 2).

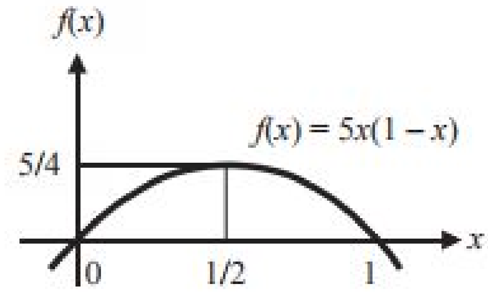


Рис.2. График функции

Таким образом, в случае бескоалиционной игры набор выигрышей (5/4; 5/4) определяет оптимальный по Парето результат игры в смешанных стратегиях, т. е. когда игроки выбирают свои чистые (исходные) стратегии с некоторыми вероятностями. В данном случае с вероятностями x = 1/2, y = 1/2.

Существующая возможность для взаимных пересечений коалиций означает, что в одной и той же коалиции у некоторых игроков существует возможность принадлежать другой коалиции, а у других игроков такой возможности нет. В кооперативную теорию игр так же входит исследование нестратегических (кооперативных) игр, у таких игр изначально не имеется стратегического аспекта. В кооперативной игре, у различных коалиций, создаются определенные возможности и предпочтения игроков и из них выводятся справедливые (оптимальные) для всех участников игры ситуации, примером может послужить распределение между игроками суммарных выигрышей. Так же существуют определенные условия: первое условие получило такое название как - условия групповой рациональности, в соответствии с этим условием распределение должно полностью разделять полезность, которую получат игроки при объединении их в "большую" коалицию. Таким образом, понятие " распределение " относится к такой ситуации, которая предполагает создание большой коалиции. Второе условие – это условие индивидуальной рациональности. Значение условия, состоит в распределении должно давать каждому игроку не меньше, чем если бы он мог бы получить, не войдя ни в одну из коалиций. В терминах кооперативных игр описываются многие социологические и экономические явления. Это означает, что устанавливаются сами принципы оптимальности, доказывается реализуемость данных ситуаций в различных классах игра так же находятся конкретные реализации.

В кооперативной игре, каждый участник, имеющий такую возможность, как объединение в группы, несет некоторые обязательства перед другими игроками и должен координировать свои действия. Именно этим она отличается от некооперативных игр, в которых каждый участник игры обязан играть за себя, и использует личную стратегию, что бы достичь собственных целей. Существует предположение, что кооперативные игры отличаются именно тем, что игроки имеют возможность общения друг с другом. В общем случае это неверно. Существуют и такие игры, где коммуникация разрешена, но игроки преследуют свои личные цели, и наоборот.

Игры, созданные для развлечения, редко являются кооперативными, однако такие механизмы часто встречаются в повседневной жизни.

Некооперативные игры отличаются тем, что в таких играх описываются ситуации в мельчайших деталях из-за чего можно получить более точные результаты. Кооперативные же рассматривают процесс игры в целом. Были попытки объединить два подхода, и эти попытки дали немалые результаты в данном направлении. Так называемая программа Джона Нэша уже нашла решения некоторых кооперативных игр как ситуации равновесия некооперативных игр.

Существуют Гибридные игры, это и есть тот тип игр который включает в себя элементы и кооперативных и некооперативных игр. К примерку, у игроков есть возможность образовывать группы, но игра будет вестись в некооперативном стиле. Это значит, что каждый игрок будет преследовать интересы своей группы, вместе с тем стараясь достичь личной выгоды.

Большинство кооперативных игр описываются характеристической функцией, в то время как для остальных видов чаще используют нормальную или экстенсивную форму.

**Использованные источники:**


1. Антошкина А.А. Кооперативные игры и их экономическая интерпретация // Материалы VII Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум» URL: <ahref="http://www.scienceforum.ru/2015/900/11032">www.scienceforum.ru/2015/900/11032</a> (дата обращения: 24.12.2017).</p>
2. Григорьева К. В. Бескоалиционные игры в нормальной форме. Часть 1: учебное пособие / СПб. гос. архит.-строит. ун-т. – СПб., 2007. – 78 с.
3. Кремлев, А.Г. Основные понятия теории игр : учебное пособие / А.Г. Кремлев.— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016.— 144 с